

Univerzitetni programerski maraton

FINALE 2013 – rešitve nalog

Snežna odeja

Nariši 3 cm snega nad ASCII pokrajino.

- poišči najvišji '#' v vsakem stolpcu
- pazi na prazne stolpce

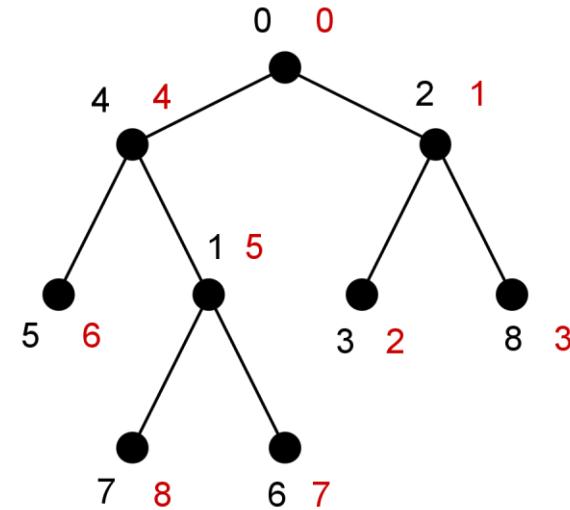
.....
.....
.....
.####..
#####...#..
.####...#.#!
..#....#...#
.###...#####

.****
***** .. * ..
***** .. *** ..
#####* .. *****
#####.***#**
.#####.*#.#*
..#...*#...#
.###..*#####

Jame

Vozlišča v drevesu preiskujemo na dva različna načina. S katerim bomo prej prišli do ciljnega vozlišča?

- oštevilčimo točke z DFS
 - rekurzija
- primerjamo podano in DFS številko točke



Izjavne formule

Kakšna je verjetnost, da bo logični izraz resničen, če so vrednosti spremenljivk naključne?

- paranje izraza $(A \mid (C \& D)) \Leftrightarrow (B \mid E) \Leftrightarrow C \& D \Rightarrow E$
 - rekurzivno
 - zunanji operator z min. prioriteto
- testiranje vseh možnih vrednosti
 - rekurzivno
 - bitne maske

Izjavne formule

```
class St:  
    def __init__(self,x): self.x=x  
    def __invert__(self): return St(not self.x)  
    def __mul__(self,other): return St(self.x and other.x)  
    def __add__(self,other): return St(self.x or other.x)  
    def __rshift__(self,other): return St((not self.x) or other.x)  
    def __eq__(self,other): return St(self.x == other.x)  
    def __str__(self): return str(self.x)  
  
izraz = raw_input().strip()  
izraz = izraz.replace('&','*').replace('|','+')  
izraz = izraz.replace('<=>','==').replace('=>','>>')  
st = 0  
for mask in range(2**10):  
    val = izraz  
    for c in reversed(range(10)):  
        val = val.replace(chr(ord('A')+c),"St(%s)"%((mask&(1<<c))!=0))  
    st += eval(val).x  
print 1.0*st/2**10
```

Periodična števila

Seštej dve neskončno dolgi periodični števili.

$$\begin{array}{r} (45)3 + (455)51 = (009100)4 \quad \dots 54545453 \\ \qquad \qquad \qquad + \underline{\dots 54554551} \\ \qquad \qquad \qquad \dots 00091004 \end{array}$$

- kako dolga je lahko perioda? $O(p^2)$
- kaj pa neperiodičen del? $O(n+p)$

Periodična števila

- obrnemo nize
 $s[i]$ namesto $s[s.size()-i]$
- poravnamo neperiodične dele $(54)53$
 $(455)51$
- seštejemo periodične dele
 $(x\%p_1, x\%p_2, c)$
+ $4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5 \ 4$
 $14_15_15_14_15_05_14_15_15$
= $9 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 9 \ 1 \ 0$

Periodična števila

- normaliziramo rešitev
 - manjša perioda je vedno delitej osnovne
$$a*p_1 + b*p_2 = \gcd(p_1, p_2)$$
$$(123123123) \rightarrow (123)$$
 - zamaknemo periodo
$$(000910)04 \rightarrow (009100)4$$
- alternativna/tekmovalna rešitev
 - seštevamo do nekaj tisoč števk
 - poiščemo periodo in odmik

Periodična števila

```
import sys
pa,a = raw_input().strip()[1:].split(')')
pb,b = raw_input().strip()[1:].split(')')
while len(a)<3000: a=pa+a
while len(b)<3000: b=pb+b
c = str(int(a)+int(b))
while len(c)<3000: c='0'+c

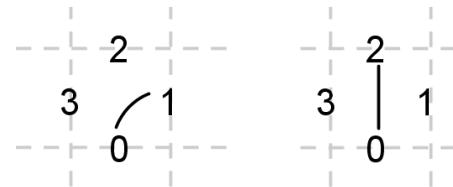
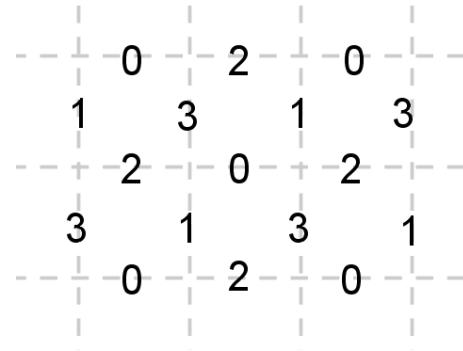
for p in xrange(1,1000):
    for i in xrange(1,1000):
        ok = True
        for j in xrange(i,3000-p+1):
            if c[-j]!=c[-(j+p)]:
                ok = False
                break
        if ok:
            per = c[len(c)-i-p+1:len(c)-i+1]
            suf = c[len(c)-i+1:]
            print '(%s)%s'%(per,suf)
            sys.exit(0)
```

Puzzle

Iz danega števila ravnih (s) in ovinkastih ploščic (t) sestavi krožno pot.

- t je sod
 - na začetku in na koncu moramo gledati v isto smer

- s je sod



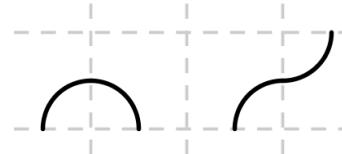
$$d-l = \pm 4$$

$$d \cdot (1) + l \cdot (-1) + s \cdot 2 = 0 \pmod{4}$$

Puzzle

- $s = 0$

$$t = k^*4$$



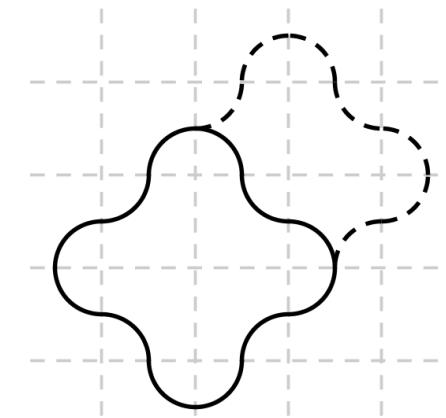
$$t = 4$$



$$t = 8$$

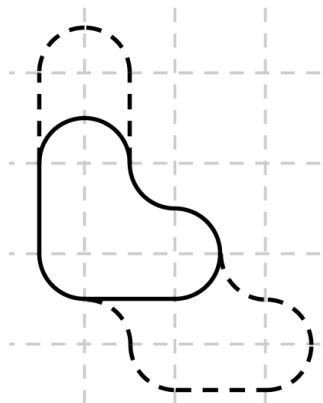
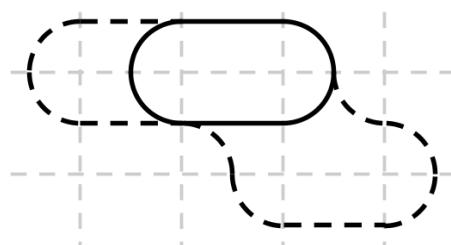
ne obstaja

$$t = 12 + k^*4$$



- $s \neq 0$

$$t = 4 + k^*4$$



$$t = 6 + k^*4$$

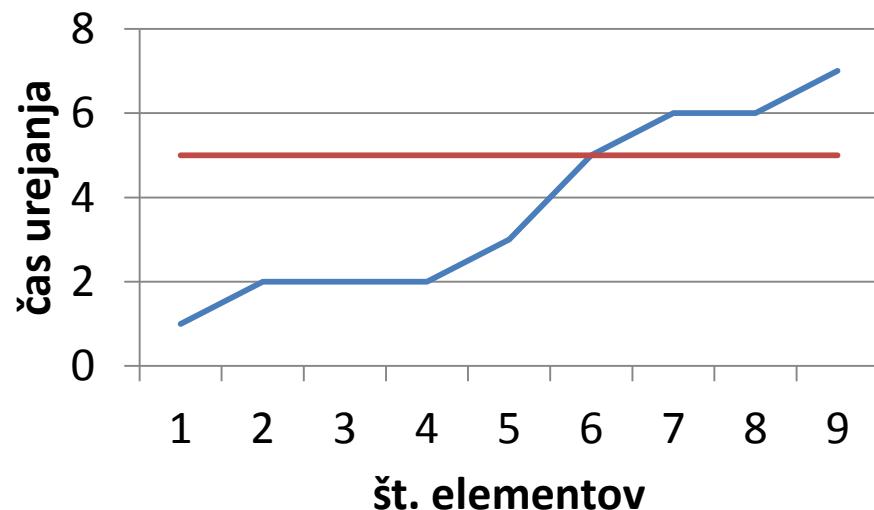
Puzzle

```
s,t = map(int,raw_input().strip().split())
sol = ""
if s==0:
    if t==4: sol="RRRR"
    else:
        ext = "LR"*( (t-12) / 4)
        sol = ext + "RLR" + ext[::-1] + "RLRRLRRLR"
else:
    if t%4==0:
        ext_s = "F"*(s/2)
        ext_t = "LR"*( (t-4) / 4)
        sol = ext_s+"R"+ext_t+"RF"+ext_t[::-1]+ext_s[::-1]+"RR"
    else:
        ext_s = "F"*((s-2)/2)
        ext_t = "LR"*( (t-6) / 4)
        sol = "F"+ext_s+"RR"+ext_s+"LR"+ext_t+"RF"+ext_t[::-1]+"R"
print sol
```

Vzporedno urejanje

Optimalno razdeli urejanje števil med več različno hitrih računalnikov.

- koliko časa potrebujemo za urediti n elementov?
- koliko elementov lahko uredimo v času t?
 - bisekcija po času



Vzporedno urejanje

- računalniki so neodvisni
- koliko elementov uredi rač. s hitrostjo f v času t ?
 - zopet bisekcija po št. elementov k

$$\frac{k \cdot \lceil \log_2 k \rceil}{f} \leq t$$

- s kakšnimi števili imamo opravka?
 - max t $n \log_2 n > 2^{31}$
 - max št. elementov k $r n > 2^{31}$

Vzporedno urejanje

- pravilno, narobe, skoraj pravilno?

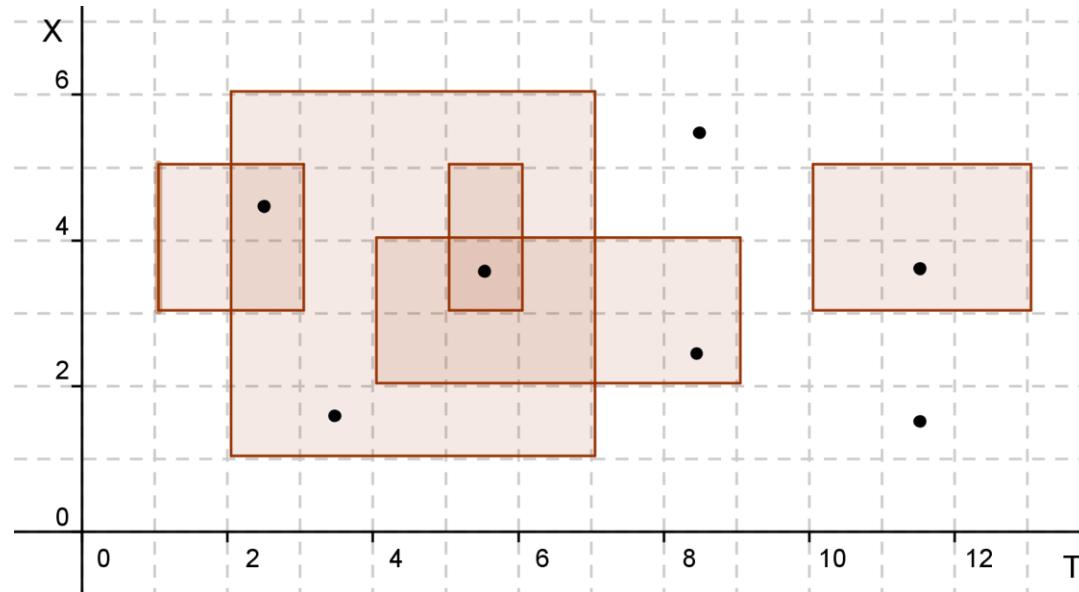
```
double mt=0, Mt=1e9*32;  
while (Mt-mt>1e-9) {  
    double t=(mt+Mt)/2;  
    int k=koliko(t);  
    if (k>=n) Mt=t;  
    else mt=t;  
}  
print ("%f", Mt);
```

```
double mt=0, Mt=1e9*32;  
for (int i=1;i<=100;i++) {  
    double t=(mt+Mt)/2;  
    long long k=koliko(t);  
    if (k>=n) Mt=t;  
    else mt=t;  
}  
print ("%f", Mt);
```

Varnost pri delu

Na strnjениh odsekih AC izvajajo delavci ob različnih urah popravila. Koliko jih dela ob danem času na danem odseku?

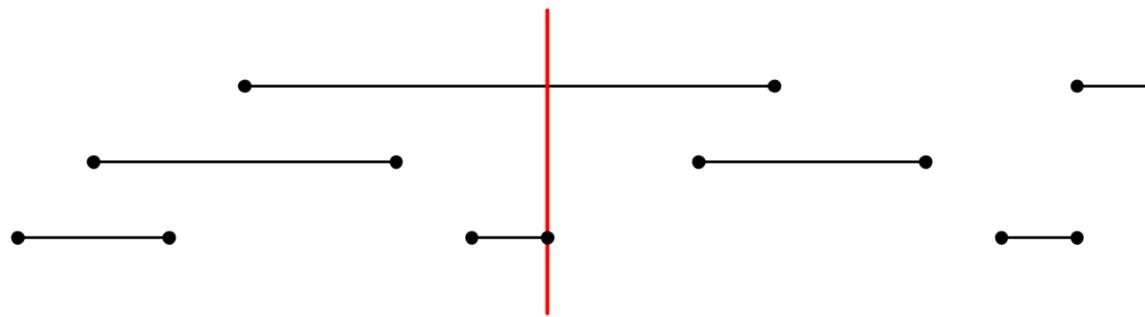
- 2D problem – čas, lokacija



naloga Kolaž (2. kolo 2013)?

Varnost pri delu

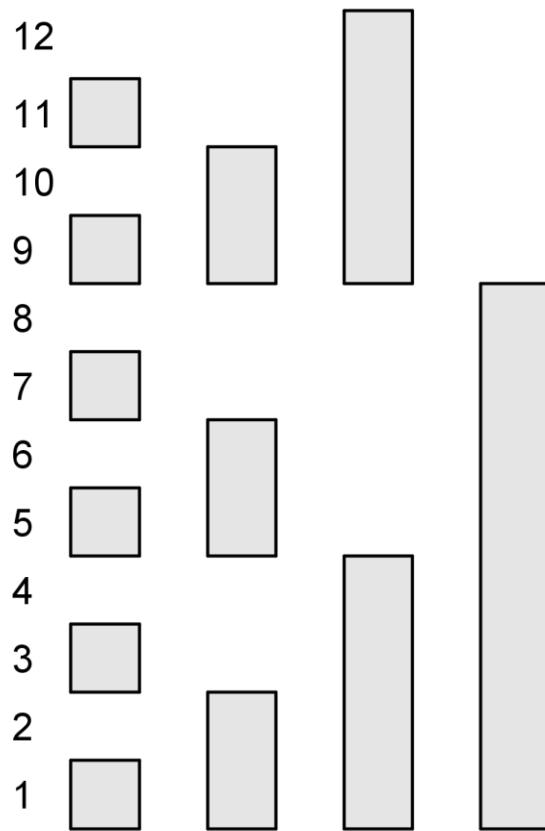
- dinamično dodajanje intervalov s poizvedbami
 - sortiramo dogodke po času
 - simuliramo dogajanje



- drevo začetkov, koncov
 - AVL, Red-Black, ...

Varnost pri delu

- kompresija koordinat
- Fenwick tree



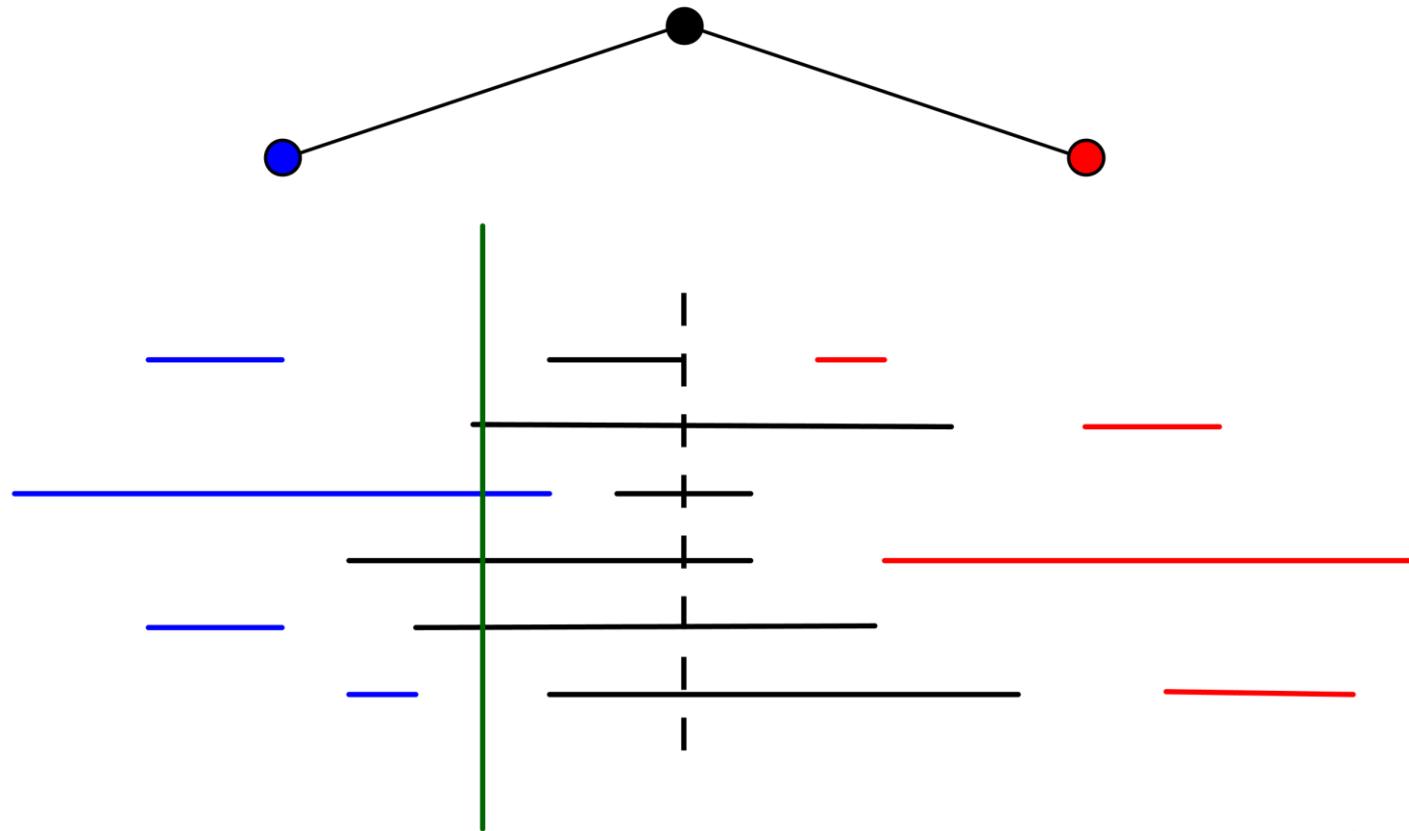
```
int tree[N+1];

void update(int v, int d) {
    for (int x=v; x<=N; x+=x&-x)
        tree[x] +=d;
}

int query(int v) {
    int q=0;
    for (int x=v; x>0; x-=x&-x)
        q+=tree[x];
    return q;
}
```

Varnost pri delu

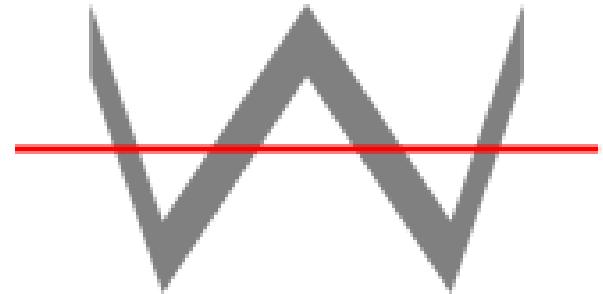
- Interval tree



Arbitraža

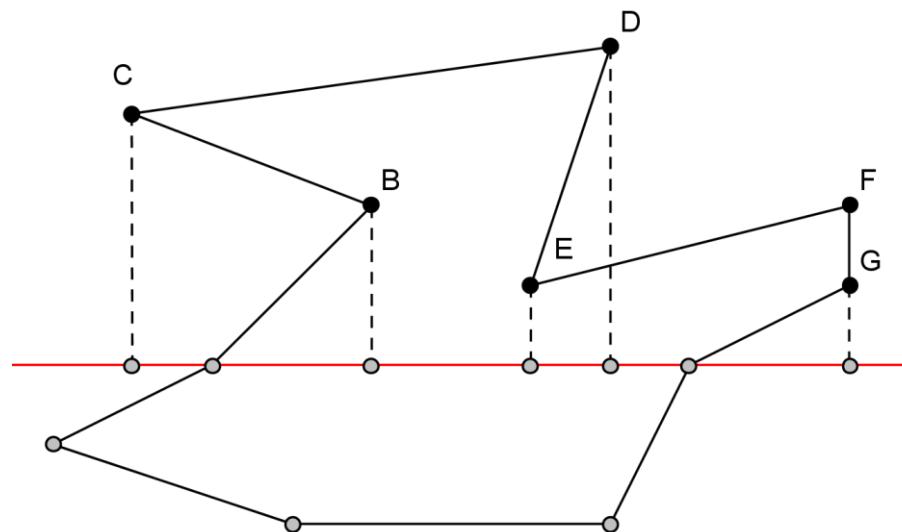
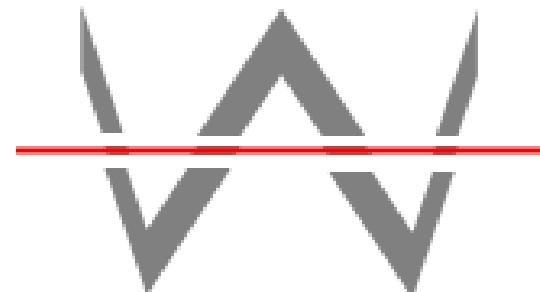
Večkotnik s premico razdeli na dve območji in izračunaj njuni površini.

- enačba premice
 - $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \rightarrow ax+by+c = 0$
- presečišče daljice in premice
 - 2 enačbi, 2 neznanki
 - kolinearnost
 - ali je rezultat na daljici?



Arbitraža

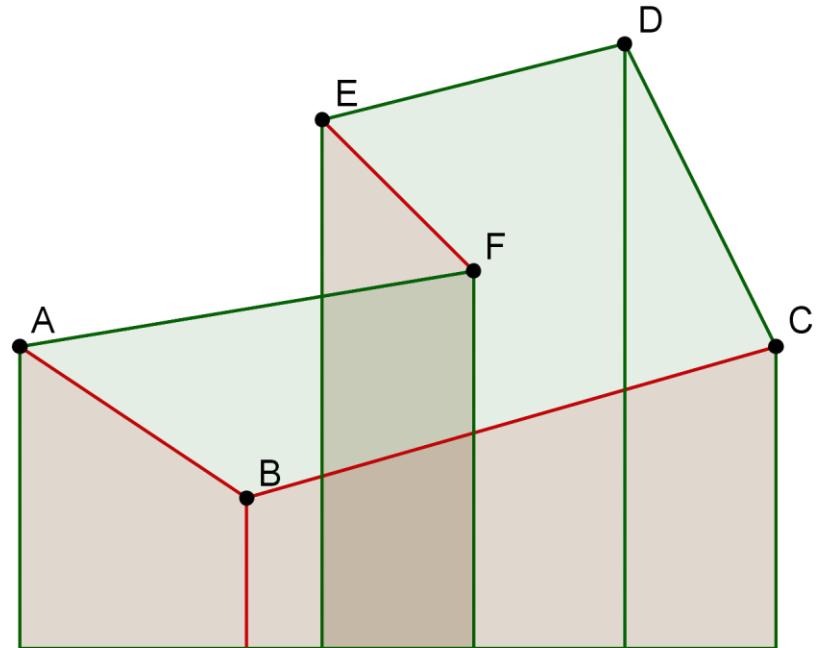
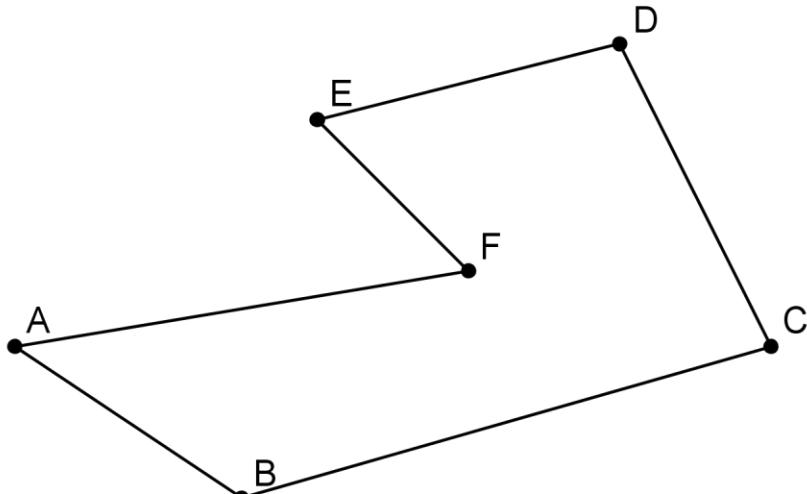
- kako poiščemo in “zapremo” posamezne kose?
 - težko
- projekcije točk na premico
 - ni težav s povezanostjo
 - skalarni produkt



Arbitraža

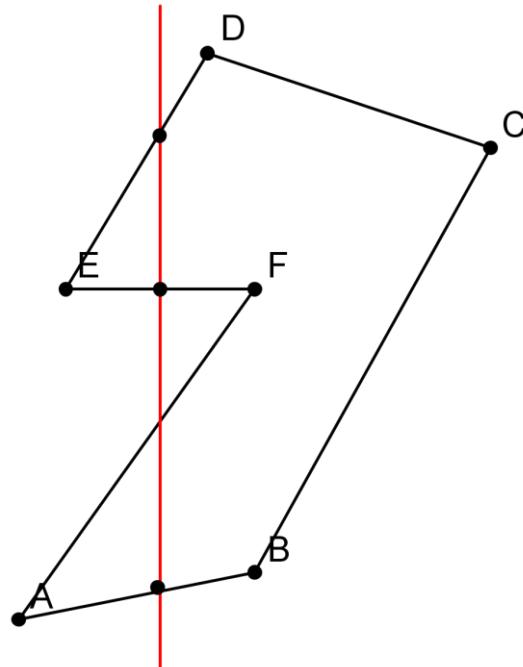
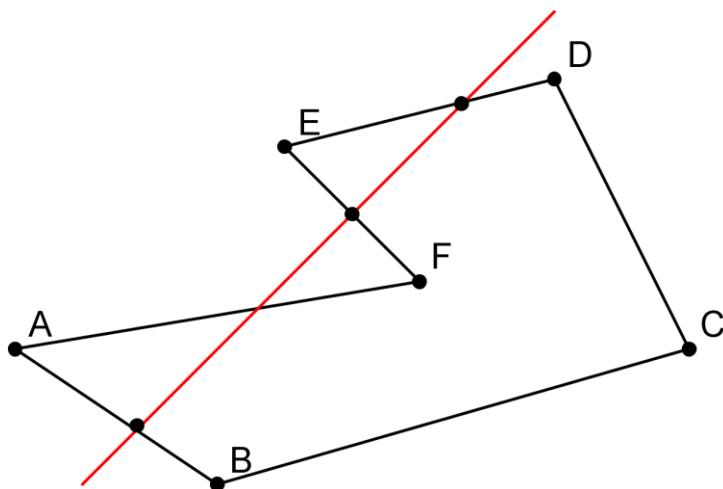
- ploščina večkotnika

$$A = \left| \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \right|$$



Arbitraža

- alternativna rešitev:
 - “stran” točk
 - rotacija večkotnika



Eurobasket

Iz seznama prihajajočih tekem izračunaj, katere ekipe še lahko dosežejo 1. mesto.

- Baseball Elimination Problem

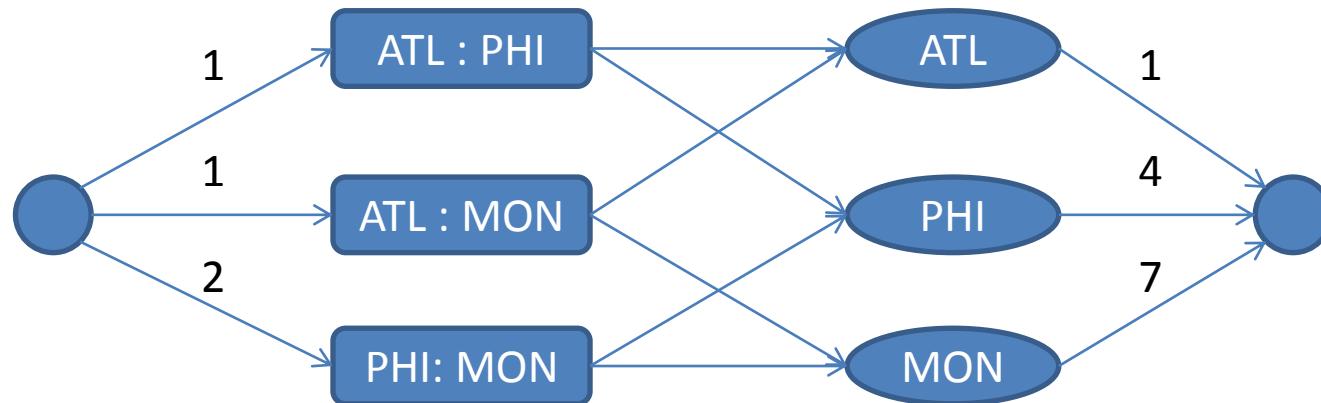
ekipa	točke	tekme	ATL	PHI	NY	MON
Atlanta	83	8	0	1	6	1
Philadelphia	80	3	1	0	0	2
New York	78	6	6	0	0	0
Montreal	77	3	1	2	0	0

Eurobasket

- rešujemo za vsako ekipo posebej
 - zmaga vse svoje tekme
 - preostale tekme razporedimo tako, da nobena ekipa ne preseže naše
- kako razporediti tekme?
 - hevristike
 - maksimalen pretok

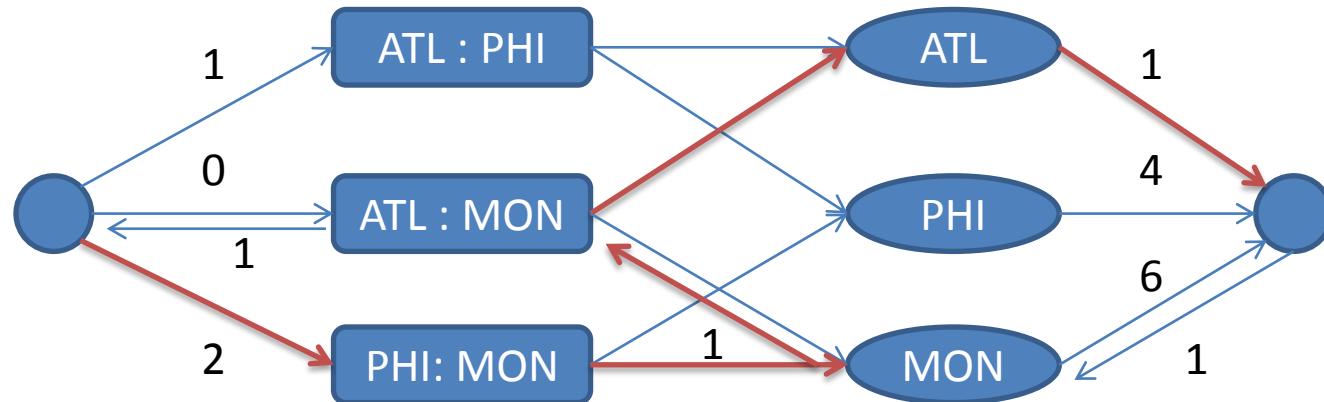
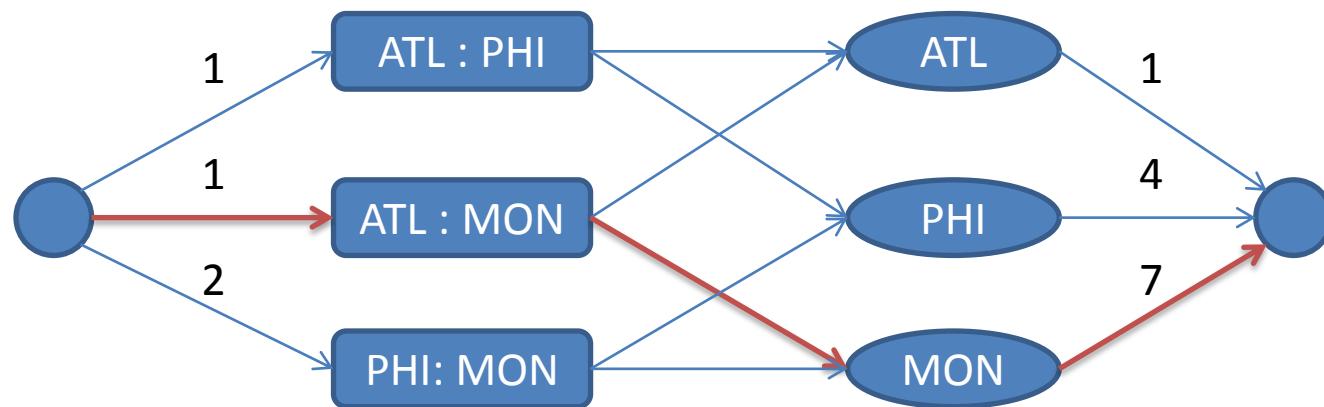
Eurobasket

ekipa	točke	tekme	ATL	PHI	NY	MON
Atlanta	83	8	0	1	6	1
Philadelphia	80	3	1	0	0	2
New York	78	6	6	0	0	0
Montreal	77	3	1	2	0	0



Eurobasket

- Ford-Fulkerson



Eurobasket

- časovna zahtevnost

$$O(n \cdot f \cdot e) \approx 50 \cdot 1000 \cdot (50 \cdot 50 \cdot 3) \approx 4 \cdot 10^8$$

- implementacija
 - seznam povezav
 - obratne povezave
 - sosednje povezave

```
int flow(int x, int f=inf) {  
    if (mark[x]==m) return 0;  
    mark[x]=m;  
    if (x==sink()) return f;  
    for (int i=0;i<adj[x].size();i++) {  
        int e=adj[x][i], y=edge[e];  
        if (cap[e]<=0) continue;  
        int ff=flow(y,min(f,cap[e]));  
        if (ff>0) {  
            cap[e]-=ff;  
            cap[rev(e)]+=ff;  
            return ff;  
        }  
    }  
    return 0;  
}
```

Zaključek

- knjige, izpiski (team notebook)
 - ekipno reševanje
 - testiranje, debugiranje
-
- trening
 - arhivi
 - tekmovanja
 - krožek/priprave?