Univerzitetni programerski maraton

FINALE 2012 – rešitve nalog

</upm
UNIVERZITETNI PROGRAMERSKI MARATON

Študentska prehrana

Sledi navodilom v besedilu.

```
string line;
int a=0,b=0,c=0;
while (cin >> line) {
		if (line=="*") {
			if (a>0) a--;
			else if (b>0) b--;
			else c--;
		} else {
			stringstream ss(line);
			a=b; b=c;
			ss >> c;
		}
}
cout << a+b+c << endl;
```

Kvadratni sadovnjak

Poišči najmanjši a, da bo a*k popoln kvadrat.

- možna rešitev: a = k
  - preveriš vse manjše a-je? $1 \leq k < 2^{31} \approx 10^9$
- faktorizacija k-ja: $3240 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^1$
  - lihi/sodi eksponenti
  - $O(\sqrt{k})$

Urniki

Preštej vse možne urnike, ki zadoščajo danim pogojem.

- 3 dnevi, 4 ure/dan, 5 predavanj
- $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 < 100\,000$

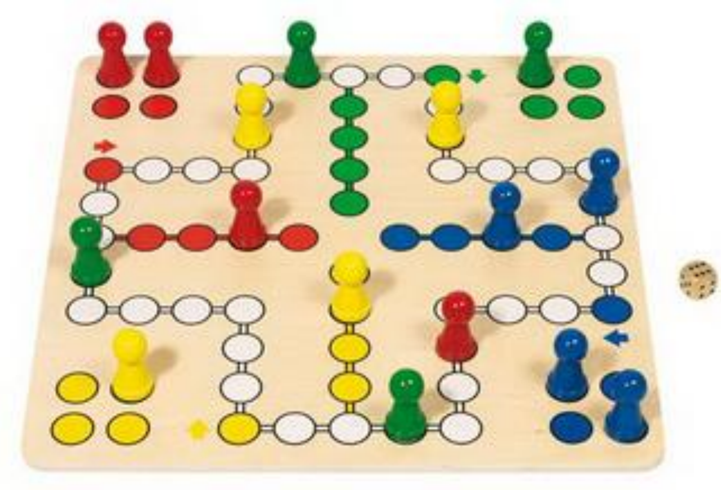
- generiramo vse možne urnike
  - rekurzija
- preverimo, kateri ustrezajo pogojem
  - kdaj predavatelj nima luknje?

- slaba ideja: iskanje formule

Človek ne jezi se

Simuliraj družabno igro Človek ne jezi se.

- enostavna naloga, komplicirana implementacija
- oštevilčenje mest na igralni plošči
  - absolutno
  - relativno
- uporabne pomožne funkcije
  - oddaljenost figure F
  - kam pridemo, če se s polja X premaknemo za P (odvisno od figure)



Človek ne jezi se (2)

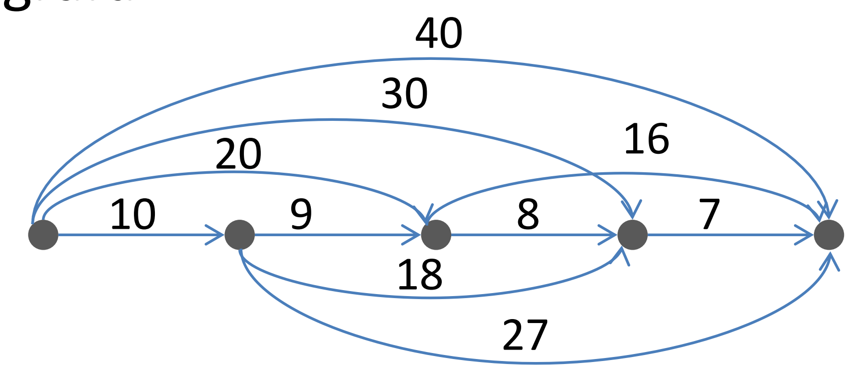
- korak simulacije
  - najdi naslednjega igralca po vrsti, ki še ni končal
  - če ima vse figure na začetnih mestih, izvedeš do 3 bonus mete
  - poišči najmanj oddaljeno figuro, ki se lahko premakne za trenuten met
  - izvedi premik

- možne napake
  - vrstni red figur pri izpisu končnega stanja
  - metov lahko zmanjka v katerikoli fazi
  - zbijanje pri premiku z začetnega polja
  - ...

Stargate

Poišči najkrajšo pot v grafu od točke 1 do N, pri čemer lahko dolžino ene povezave razpoloviš.

- brez razpolavljanja povezave
  - najkrajša pot v usmerjenem grafu
  - Dijkstra (e log n, n^2)
    - gost graf: $e = n^2$
    - e log e



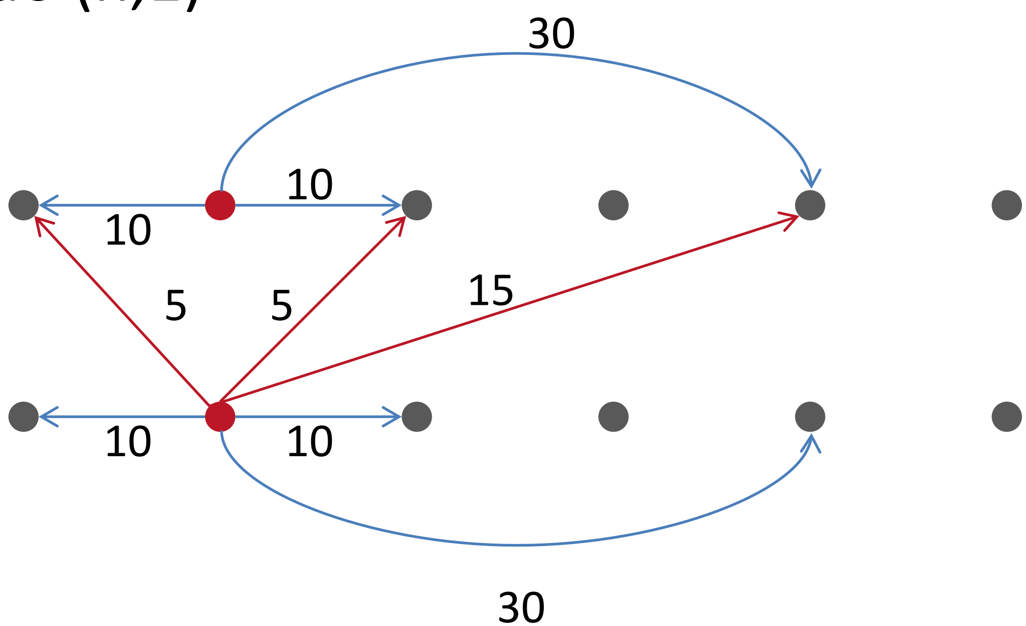
- poiščemo najkrajšo pot, razpolovimo njeno najdaljšo povezavo?

Stargate (2)

- vozlišče v grafu = par (portal, 0/1)
- najkrajša pot od (1,0) do (n,1)

že uporabljen energijski modul

neuporabljen energijski modul



- pazi: 64-bitna števila
- alternativna rešitev:
  - najkrajša pot do 1 do x
  - najkrajša pot od y do konca

Neprireditveni stavki

Zamenjaj (ne)prireditvene operatorje, da bo imelo čim več spremenljivk enako vrednost kot prva. Poišči način s čim manj zamenjavami operatorjev.

- max. št. x_i: $x_i = x_1$
  - greedy

$2 = 1$	$2 \neq 1$	$\{1\}$
$1 \neq 3$	$1 = 3$	$\{1,3\}$
$2 = 3$	$2 \neq 3$	$\{1,3\}$
$3 = 2$	$3 = 2$	$\{1,2,3\}$

- min. zamenjav
  - brute-force? solve(n, [1,0,0,1,0,1])
    $O(2^m)$, $m \leq 50$
  - dinamično programiranje

Neprireditveni stavki (2)

$1 = 3$	$1 = 3$	$1 = 3$
$2 \neq 3$	$2 \neq 3$	$2 \neq 3$
$3 = 4$	$3 \neq 4$	$3 = 4$
$1 = 4$	$1 = 4$	$1 \neq 4$
[1,0,1,1]	[1,0,1,1]	[1,0,1,1]
…	…	…

- dinamično programiranje ($2^m \rightarrow m \cdot 2^n$)
  - stanje:

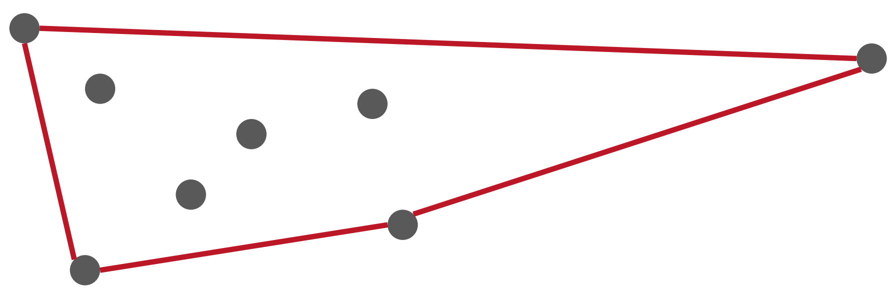
    (vrstica, maska enakosti) npr. ($4, 11 = 1011_{(2)}$)
  - memoizacija (brez 'r')
  - od spodaj navzgor

    $f(m,*) \rightarrow f(m+1,*)$

</upm UNIVERZITETNI PROGRAMERSKI MARATON

E(length(CH))

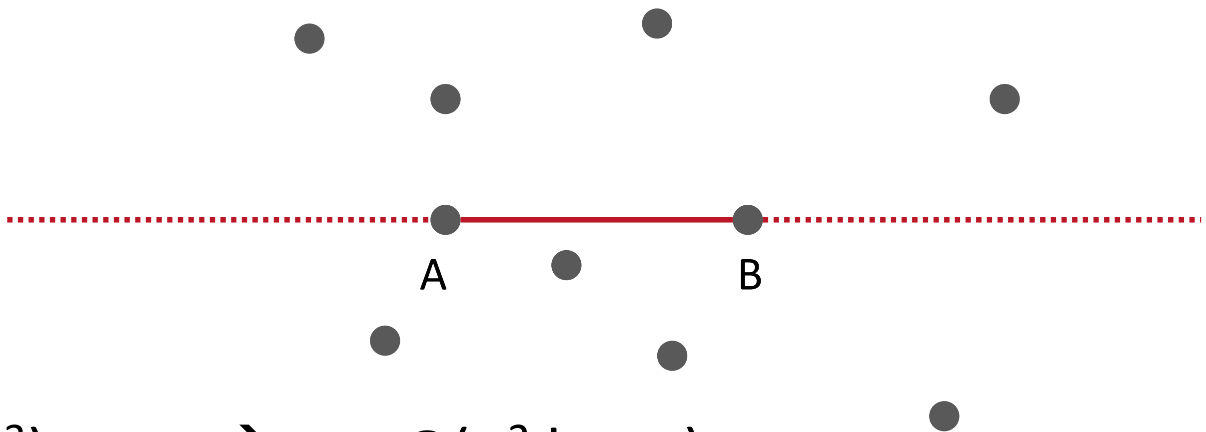
Izračunaj pričakovano dolžino konveksne ovojnice n točk, če je za vsako točko podana verjetnost, da je "aktivna".



- algoritmi za izračun konveksne ovojnice točk
  - Gift wrapping, Graham scan, ... ?

E(length(CH)) (2)

- namig: Kdaj leži daljica AB na konveksni ovojnici?
  - nobene točke na eni strani in vsaj ena točka na drugi strani



- $O(n^3)$ → $O(n^2 \log n)$
- vse točke okoli izbrane uredimo po kotu
  - zrcaljenje čez točko
  - vektorski produkt
  - produkt verjetnosti – pazi na deljenje!

</upm
UNIVERZITETNI PROGRAMERSKI MARATON

Dvojiško zaporedje

Poišči k-to števko n-tega dvojiškega Conwayevega zaporedja.

100111011 →
ena enka, dve ničli, tri enke, ena ničla, dve enki →
1110011110101

t_3 = 111011
t_4 = 11110101
t_5 = 100110111011
t_6 = **11100**10**110**1110**10**1
t_7 = **(111)(100)**(11)(10)**(101)(10)**(1001)(10)**(11)(10)**(11)

</upm
UNIVERZITETNI PROGRAMERSKI MARATON

Dvojiško zaporedje (2)

- prepisovalni sistem
  - atomi: pari zaporedij enk in ničel
  - prepisovalna pravila

    $a_{2,2} = 1100 \rightarrow 101100 = a_{1,1}\, a_{1,2}$

    $a_{3,1} = 1110 \rightarrow 11110 = a_{4,1}$

- $len(a_{2,2}, n) = len(a_{1,1}, n-1) + len(a_{1,2}, n-1)$
- $find(k, a_x, n) = ?$ $\qquad a_x \rightarrow a_y, a_z$

  $k \leq len(a_y, n-1)$: $find(k, a_y, n-1)$

  sicer: $find(k-len(a_y, n-1), a_z, n-1)$

</upm UNIVERZITETNI PROGRAMERSKI MARATON

Figure

Dodaj čim več skakačev na delno postavljeno šahovnico, da se nobeni dve figuri ne bosta napadali.

- greedy?
- graf
  - točka $t_{y,x}$
  - povezava med $t_{y1,x1}$ in $t_{y2,x2}$ če $|y1-y2| + |x1-x2| = 3$
- neodvisna množica vozlišč (independent set)
  - NP-poln problem

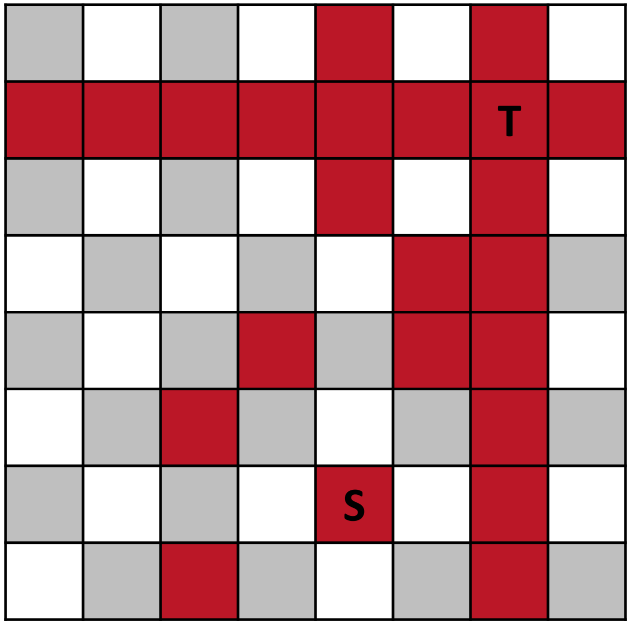


Figure (2)

- dvodelen (bipartite) graf
  - povezave iz belih na črna polja
- Königov teorem
  - |max. matching| = |min. vertex cover|
  - številne stvari se na dvodelnih grafih lahko reši preko maksimalnega ujemanja
- |max. independent set| =
  n - |min. vertex cover|

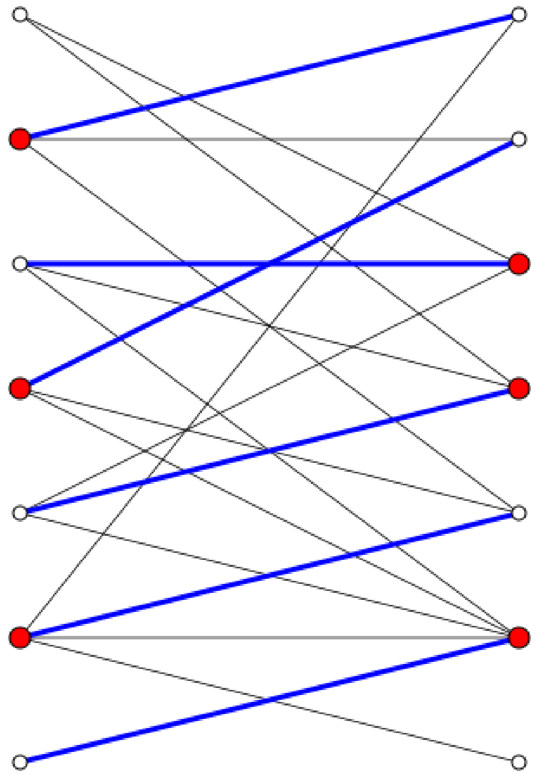


Figure (3)

- maksimalno ujemanje
  - Edmondsov algoritem: $O(n^4)$

- maksimalno ujemanje v dvodelnih grafih
  - maksimalen pretok
    - Ford-Fulkerson, ...
  - poenostavljene različice
  - Hopcroft-Karp
    - $O(m \sqrt{n})$

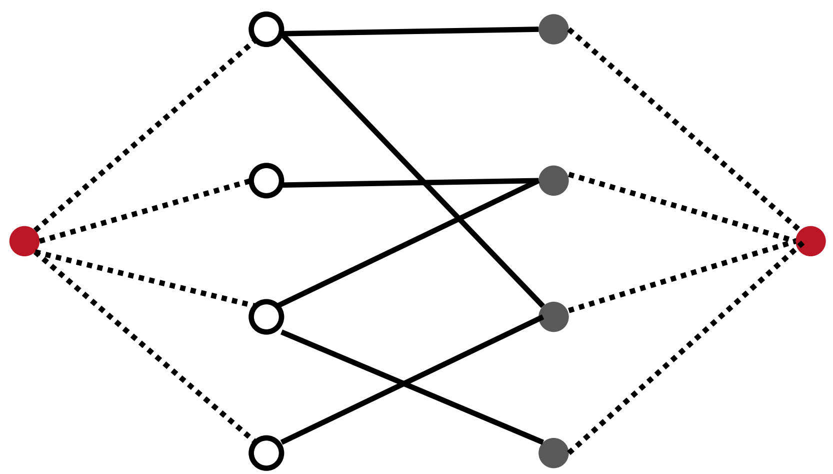


Figure (4)

- bipartite matching na tekmovanjih: O(nm)

```
int augment(int x) {
	if (x==-1) return 1;
	if (vis[x]) return 0;
	vis[x]=1;
	for (int y=0;y<n;y++) if (adj[x][y]) {
		if (augment(match[y])) {
			match[y]=x;
			return 1;
		}
	}
	return 0;
}

int matching = 0;
for (int y=0;y<n;y++) match[y]=-1;
for (int x=0;x<n;x++) {
	for (int i=0;i<n;i++) vis[i]=0;
	matching += augment(x);
}
```